ResearchGate Google Scholar WORLD of JOURNALS

НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU doi CYBERLENINKA Scientific Journal Impact Factor ISSN

e-ISSN(Online) 2709-1201

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ENDLESS LIGHT IN SCIENCE

NO 2

28 ФЕВРАЛЯ 2026

Астана, Казахстан

lrc-els.com

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «ENDLESS LIGHT IN SCIENCE»

INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL «ENDLESS LIGHT IN SCIENCE»

International scientific journal «Endless Light in Science», includes reports of scientists, students, undergraduates and school teachers from different countries (Kazakhstan, Tajikistan, Azerbaijan, Russia, Uzbekistan, China, Turkey, Belarus, Kyrgyzstan, Moldova, Turkmenistan, Georgia, Bulgaria, Mongolia). The materials in the collection will be of interest to the scientific community for further integration of science and education.

Международный научный журнал «Endless Light in Science», включают доклады учёных, студентов, магистрантов и учителей школ из разных стран (Казахстан, Таджикистан, Азербайджан, Россия, Узбекистан, Китай, Турция, Беларусь, Кыргызстан, Молдавия, Туркменистан, Грузия, Болгария, Монголия). Материалы сборника будут интересны научной общественности для дальнейшей интеграции науки и образования.

28 февраля 2026 г.
Астана, Казахстан

https://doi.org/10.5281/zenodo.18956786
УДК 372.853

МЕКТЕПТЕ ФИЗИКАНЫ ТӘЖІРИБЕЛІК ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ АРҚЫЛЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

РАХЫМБЕКОВ АЙТБАЙ ЖАПАРОВИЧ
ф-м.ғ.к., доцент, қауымдастырылған профессор, ғылыми жетеші

ТОХТАМОВА МАЛИКА АДЫЛЖАНОВНА, НАДЫРХАН АДИЛЯ РАФАЭЛҚЫЗЫ, СЕЙТХАН АРУЖАН ҚАЙРАТҚЫЗЫ
І.Жансүгүров атындағы Жетісу университетінің физика-математика факультетінің студенттері, Талдықорған, Қазақстан

Аңдатпа: *Мақалада физика есептерін шешу әдістемесі олардың көптеген шарттарымен, мазмұнына және оқушылардың дайындығына, олардың алдына қойылған мақсаттарына байланысты болады. Мақалада соған қарамастан, оларды шешу кезінде ескеру керек болатын, көптеген есептер үшін ортақ бірқатар ережелер бары айқындалынған.*

Сонымен қатар,есептерді табысты шешудің басты шарты оқушылардың физика заңдылықтарын білуі, физикалық шамаларды, сондай-ақ оларды өлшеу тәсілдері мен бірліктерін дұрыс түсінуі екені дәлелденген.

Кілт сөздер: *теория, тәсілдер, заңдылықтар, тәжірибе, формула, процесс, шешім, шамалар.*

Кіріспе

Физика курсында есептерді шығаруды оқыту айрықша маңызды орын алады және оқу уақытының едәуір бөлігі осы бағытқа арналады. Себебі физика – тек теориялық қағидалар жиынтығы ғана емес, табиғат құбылыстарын түсіндіретін, оларды сандық тұрғыдан сипаттайтын ғылым. Сондықтан есептерді шығару мен талдау арқылы оқушылар негізгі заңдар мен формулаларды механикалық түрде жаттап қана қоймай, олардың мәнін терең түсінеді, қолданылу шекарасын ажыратады және нақты жағдайларда пайдалана білуге дағдыланады [1].

Физикалық есептер танымдық әрі тәжірибелік мәнге ие. Олар материалдық әлемнің ортақ заңдарын күнделікті өмірдегі және өндірістегі нақты мәселелерді шешуде қолдануға үйретеді. Есеп шығару барысында оқушы құбылысты талдайды, шартын түсінеді, шамалар арасындағы байланыстарды анықтайды, болжам жасайды және қорытынды шығарады. Мұның барлығы логикалық ойлауды, ғылыми пайымдауды және зерттеушілік қабілетті дамытады.

Есеп шығара білу қабілеті – бағдарламалық материалды терең меңгерудің басты көрсеткіштерінің бірі. Теориялық білім есеп арқылы бекітіледі, жүйеленеді және практикалық мазмұнға ие болады. Әсіресе күрделі есептер оқушының шығармашылық белсенділігін арттырып, стандартты емес жағдайларда шешім табуға үйретеді.

Әрбір физикалық есептің негізінде бір немесе бірнеше табиғаттың іргелі заңдары жатады және сол заңдардың нақты көрінісі қарастырылады. Сондықтан қандай да бір бөлім бойынша есеп шығаруға кіріспес бұрын, сол тақырыптың теориясын терең меңгеру қажет. Формулалардың шығу тегі мен физикалық мағынасын түсіну – дұрыс шешімнің кепілі. Теориялық білімі жеткіліксіз оқушы үшін тіпті қарапайым есептердің өзін талдау мен шығару қиындық туғызады.

Негізгі бөлім

Осылайша, физикада есеп шығару – білімді тексерудің ғана емес, оны қалыптастырудың, тереңдетудің және өмірде қолданудың тиімді құралы болып табылады[2].

1-ші есеп. Далада қар жауып тұр, ал бөлмеде жылы. Өкінішке орай, температураны өлшейтін термометр жоқ. Оның есесіне, дәлдігі өте жоғары вольтметр, дәл сондай дәлдіктегі амперметр және гальваникалық элементтің батареялары, өте көп жез сымдары мен физикадан анықтама құралдары бар. Осылардың көмегімен бөлмедегі ауа температурасын өлшеуге бола ма?

Шешуі:

Тізбектей батареялар мен сым орамдарын және амперметрді қосамыз, ал вольтметрді сым орамының кернеуін көрсететіндей етіп қосамыз. Приборлардың көрсетулерін жазамыз да, орамның бөлме температурасындағы кедергісін табамыз.

$$R=U/I \qquad (1)$$

Артынан даладан қар алып келіп, сым орамдарын қарға саламыз да, қардың еріп кетуін күтеміз. Сонда, сым орамдары қардың температурасын қабылдайды. Бұрынғы әдіспен қардың еріген 0 °C температурадағы Ro кедергісін табамыз. Артынан өткізгіш пен оның температурасының арасындағы байланысты пайдаланып, мынаны табамыз:

$$R_t = R_0(1 + at) \qquad (2)$$

Бөлмедегі ауа температурасын табамыз:

$$t = R_t - \frac{R_0}{R_0 a} \qquad (3)$$

a температуралық коэффициентін анықтамалық құралдан аламыз. Температурада ол *α=0,0043* K^{-1}.

Тексеру және бағалау кезеңі – есеп шығарудың ажырамас әрі аса жауапты бөлігі. Алынған жауапты жан-жақты саралап, оның дұрыстығына көз жеткізу қажет[3]. Ең алдымен оқушылардың назарын нәтижесінің шынайылығына аудару маңызды. Кей жағдайларда есепті шешу барысында оқушылар есеп шартына мүлде сәйкес келмейтін, тіпті өмірлік тәжірибеге қайшы келетін қорытындылар алуы мүмкін. Мұндай қателіктер көбінесе есептеу үдерісінде бастапқы шартпен байланыстың үзілуінен, физикалық мағынаны ескермеуден немесе аралық нәтижелерді бақыламаудан туындайды.

Сонымен қатар қате нәтиженің қисынсыздығы кейде оқушының назарынан тыс қалып қояды. Сондықтан мұғалім оқушыларды алынған шаманың ретін алдын ала шамалап тексеруге үйретуі тиіс. Шамалау әдісі (бағалау арқылы тексеру) нәтижені жылдам сараптауға мүмкіндік береді: санның өлшем бірлігі дұрыс па, шамасы шынайы ма, шектік мәндерден аспай ма деген сұрақтарға жауап беріледі. Жуықталған сандармен амалдар орындау ережелерін меңгеру, есептеулерді ықшамдау, кейбір күрделі амалдарды ойша орындауға ыңғайлы түрге келтіру де тексерудің тиімді тәсілдері болып табылады[4].

Қорытынды

Жауаптың дұрыстығын бағалауда оның физикалық мағынасына назар аудару ерекше маңызды. Нәтиже шындыққа сәйкес келе ме, заңдылықтарға қайшы емес пе, шамалардың өзара байланысы сақталған ба – осының бәрі логикалық талдаудан өткізілуі керек. Мұнда мөлшерлілік әдісін (өлшем бірліктерін талдау) қолдану да үлкен рөл атқарады: формуланың екі жағының өлшем бірліктері сәйкес келсе, есептің математикалық құрылымы дұрыс құрылғанын көрсетеді.

Сондай-ақ оқушылар есептің шешімін басқа тәсілмен шығарып көру арқылы өзін-өзі тексеруге дағдылануы қажет. Бір есепті бірнеше әдіспен шешіп, алынған нәтижелерді салыстыру – білімді тереңдетудің және қателерді анықтаудың тиімді жолы. Бұл тәсіл оқушының икемді ойлау қабілетін дамытып, бір ғана алгоритмге тәуелді болмауға үйретеді.Осылайша, тексеру және бағалау кезеңі – есеп шығарудың қорытындысы ғана емес, білім сапасын арттыратын, логикалық ойлауды қалыптастыратын және жауапкершілікті тәрбиелейтін маңызды дидактикалық құрал болып табылады [5].

ӘДЕБИЕТТЕР:

1. Бугаев А.И. Методика преподавания физики в СШ.М.: Просвещение, 1981.Гл. VI. С. 207-224.
2. Каменецкий С.Е., Орехов В.П. методика решения задач по физике в СШ. М.: Просвещение, 1987. Ч. I. С.5-45.
3. Физиканы оқыту методикасы. Түп нұсқасының редакциясын басқарғандар:В.П.Орехов, А.В.Усова. Алматы:Мектеп, 1978. 9-тарау. 116-128бб.
4. Ысқақов Б.М., Ағұлықов А.А., Шамбулов Н.Б. Физикадан есеп шығару мысалдары. Алмат: РАуан, 1987. 3- 10 бб.
5. Құдайқұлов М., Жаңабергенов Қ. Орта мектепте физиканы оқыту әдістемесі. Алматы: Рауан, 1998. 7-тарау. 59-69 бб.

https://doi.org/10.5281/zenodo.18956830

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ЛИНЕАРИЗОВАННОГО УРАВНЕНИЯ БЕННИ-ЛЮКА С НЕЛОКАЛЬНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

ШУКЮРОВА ГЮЛЬНАРА ДАДАШ гызы
Старший преподаватель кафедры «Высшей математики» Бакинского Государственного Университета, г.Баку, Азербайджан

Аннотация: *В работе рассмотрена краевая задача для линеаризованного уравнения Бенни-Люка с нелокальным интегральным условием. Для рассматриваемой задачи вводиться определение классического решения. Доказываются существование и единственность классического решения поставленной задачи.*

Ключевые слова: *краевая задача, линеаризованное уравнение Бенни-Люка*

Современные проблемы естествознания приводят к необходимости обобщения классических задач математической физики, а также к постановке качественно новых задач, к которым можно отнести нелокальные задачи для дифференциальных уравнений. Среди нелокальных задач большой интерес представляют задачи с интегральными условиями. Нелокальные интегральные условия описывают поведение решения во внутренних точках области в виде некоторого среднего. Такого рода интегральные условия встречаются при исследовании физических явлений в случае, когда граница области протекания процесса недоступна для непосредственных измерений. Примером могут служить задачи, возникающие при исследовании диффузии частиц в турбулентной плазме [1], процессов распространения тепла [2, 3], процесса влагопереноса в капиллярно-простых средах [4], а также при исследовании некоторых обратных задач математической физики.

Рассмотрим уравнение [5]

$$u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) + \alpha u_{xxxx}(x,t) - \beta u_{xxtt}(x,t) = f(x,t) \qquad (1)$$

в области $D_T = \{(x,t) : 0 \le x \le 1, 0 \le t \le T\}$ и поставим для него краевую задачу с нелокальными начальными условиями

$$u(x,0) + \delta u(x,T) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x) \quad (0 \le x \le 1), \qquad (2)$$

граничным условием

$$u_x(0,t) = 0\ , u_x(1,t) = 0, u_{xxx}(0,t) = 0 \quad (0 \le t \le T) \qquad (3)$$

и нелокальным интегральным условием

$$\int_0^1 u(x,t)dx = 0 \quad (0 \le t \le T), \qquad (4)$$

где $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $0 \le \delta < 1$, - фиксированные числа, $\varphi(x), \psi(x), f(x,t)$ -заданные функции, а $u(x,t)$ -искомая функция.

Определение. Под классическим решением задачи (1)-(4) понимаем функцию $u(x,t)$, непрерывную в замкнутой области D_T вместе со всеми своими производными, входящими в уравнение (1) и удовлетворяющую условиям (1)-(4) в обычном смысле.

Справедлива следующая

Справедлива следующая

Лемма 1. Пусть $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $0 \le \delta < 1$,

$$\varphi(x) \in C[0,1]\ , \int_0^1 \varphi(x)dx = 0\ , \ \psi(x) \in C[0,1]\ , \ \int_0^1 \psi(x)dx = 0\ ,$$

$$f(x,t) \in C(D_T)\,,\ \int_0^1 f(x,t)dx = 0\ (0 \le t \le T)\,.$$

Тогда задача нахождения классического решения задачи (1)-(4) эквивалентна задаче определения функций $u(x,t)$, из (1)-(3),

$$u_x(1,t) = 0\ (0 \le t \le T). \tag{5}$$

Доказательство. Пусть $u(x,t)$ является классическим решением задачи (1)-(4). Интегрируем уравнение (1) от 0 до 1 по x, имеем:

$$\frac{d^2}{dt^2}\int_0^1 u(x,t)dx - (u_x(1,t) - u_x(0,t)) + \alpha(u_{xxx}(1,t) - u_{xxx}(0,t)) - \beta(u_{ttx}(1,t) - u_{ttx}(0,t)) =$$

$$= \int_0^1 f(x,t)dx\ (0 \le t \le T)\,. \tag{6}$$

Отсюда, с учётом $\int_0^1 f(x,t)dx = 0\ \ (0 \le t \le T)$ и (3) приходим к выполнению (5)

Теперь предположим, что $u(x,t)$ является решением задачи (1)- (3), (5).

Тогда из (6), с учетом (3), (5), имеем:

$$y''(t) = 0 \quad (0 \le t \le T)\,, \tag{11}$$

где

$$y(t) = \int_0^1 u(x,t)dx\ \ (0 \le t \le T)\,. \tag{12}$$

В силу (2) и $\int_0^1 \varphi(x)dx = 0$, $\int_0^1 \psi(x)dx = 0$, получаем:

$$y(0) + \delta y(T) = \int_0^1 (u(x,0) + \delta u(x,T))dx = \int_0^1 \varphi(x)dx = 0\,,$$

$$y'(0) = \int_0^1 u_t(x,0)dx = \int_0^1 \psi(x)dx = 0 \tag{13}$$

Из (11), с учетом (13) очевидно, что $y(t) \equiv 0\ \ (0 \le t \le T)$. Отсюда, в силу (12), легко приходим к выполнению (4). Лемма доказана.

Единственность решения задачи.

Теорема 1. Если $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $0 \le \delta < 1$. *Тогда задача (1)-(3),(5) не может иметь более одного решения, т.е. если задача (1)-(3),(5) имеет решение, то оно единственно.*

Доказательство. Допустим, что существуют два решения рассматриваемой задачи:

$$u_1(x,t)\ \ ,\ u_2(x,t)$$

и рассмотрим разность $v(x,t) = u_1(x,t) - u_2(x,t)$.

Функция $v(x,t)$, очевидно, что удовлетворяет однородному уравнению

$$v_{tt}(x,t) - v_{xx}(x,t) + \alpha v_{xxxx}(x,t) - \beta v_{xxtt}(x,t) = 0 \tag{14}$$

и условиям:

$$v_x(0,t) = 0,\ v_x(1,t) = 0\ \ , v_{xxx}(0,t) = 0,\ v_{xxx}(1,t) = 0 \quad (0 \le t \le T)\,, \tag{16}$$

$$v(x,0) + \delta v(x,T) = 0,\ \ v_t(x,0) = 0\ \ (0 \le x \le 1), \tag{17}$$

Докажем, что функция $v(x,t)$ тождественно равна нулю.

Умножим обе части уравнения (14) на функцию $2v_t(x,t)$ и проинтегрируем полученное равенство по x от 0 до 1 :

$$2\int_0^1 v_{tt}(x,t)v_t(x,t)dx - 2\int_0^1 v_{xx}(x,t)v_t(x,t)dx +$$

$$+2\alpha\int_0^1 v_{xxxx}(x,t)v_t(x,t)dx - 2\beta\int_0^1 v_{ttxx}(x,t)v_t(x,t)dx = 0 \ (0 \le t \le T) . \quad (18)$$

Пользуясь граничными условиями (16) имеем:

$$2\int_0^1 v_{tt}(x,t)v_t(x,t)dx = \frac{d}{dt}\int_0^1 v_t^2(x,t)dx \ (0 \le t \le T);$$

$$2\int_0^1 v_{ttxx}(x,t)v_t(x,t)dx = 2(v_{ttx}(1,t)v_t(1,t) - v_{ttx}(0,t)v_t(0,t)) -$$

$$-2\int_0^1 v_{ttx}(x,t)v_{tx}(x,t)dx = -\frac{d}{dt}\int_0^1 v_{tx}^2(x,t)dx \ (0 \le t \le T);$$

$$2\int_0^1 v_{xx}(x,t)v_t(x,t)dx = 2(v_x(1,t)v_t(1,t) - v_x(0,t)v_t(0,t)) -$$

$$-2\int_0^1 v_x(x,t)v_{tx}(x,t)dx = -\frac{d}{dt}\int_0^1 v_x^2(x,t)dx \ (0 \le t \le T);$$

$$2\int_0^1 v_{xxxx}(x,t)v_t(x,t)dx = 2(v_{xxx}(1,t)v_t(1,t) - v_{xxx}(0,t)v_t(0,t)) -$$

$$-2\int_0^1 v_{xxx}(x,t)v_{tx}(x,t)dx = -2\int_0^1 v_{xxx}(x,t)v_{tx}(x,t)dx =$$

$$= -2(v_{xx}(1,t)v_{tx}(1,t) - v_{xxx}(0,t)v_{tx}(0,t)) + 2\int_0^1 v_{xx}(x,t)v_{txx}(x,t)dx = \frac{d}{dt}\int_0^1 v_{xx}^2(x,t)dx.$$

Тогда, из (18) имеем:

$$\frac{d}{dt}\int_0^1 v_t^2(x,t)dx + \frac{d}{dt}\int_0^1 v_x^2(x,t)dx + \alpha\frac{d}{dt}\int_0^1 v_{xx}^2(x,t)dx + \beta\frac{d}{dt}\int_0^1 v_{tx}^2(x,t)dx = 0$$

или

$$y(t) \equiv \int_0^1 v_t^2(x,t)dx + \int_0^1 v_x^2(x,t)dx + \alpha\int_0^1 v_{xx}^2(x,t)dx + \beta\int_0^1 v_{tx}^2(x,t)dx = C \ge 0.$$

Отсюда, с учетом (17), получаем:

$$y(0) - (\delta_1^2 + \delta_2^2)y(T) = \int_0^1 (v_t^2(x,0) - \delta^2 v_t^2(x,T))dx + \int_0^1 (v_x^2(x,0) - \delta^2 v_x^2(x,T))dx +$$

$$+\alpha\int_0^1 (v_{xx}^2(x,0) - \delta^2 v_{xx}^2(x,T))dx + \beta\int_0^1 (v_{tx}^2(x,0) - \delta^2 v_{tx}^2(x,T))dx =$$

$$= -\delta^2\int_0^1 v_t^2(x,T))dx - \delta^2\beta\int_0^1 v_{tx}^2(x,T))dx \le 0 .$$

Таким образом:

$$y(0) - \delta^2 y(T)) = C(1-\delta^2) \le 0.$$

Так как $0 \le \delta < 1$, то $C = 0$. Следовательно,

$$\int_0^1 v_t^2(x,t)dx + \int_0^1 v_x^2(x,t)dx + \alpha\int_0^1 v_{xx}^2(x,t)dx + \beta\int_0^1 v_{tx}^2(x,t)dx \equiv 0$$

Отсюда, заключаем, что

$$v_t(x,t) \equiv 0, v_x(x,t) \equiv 0, v_{xx}(x,t) \equiv 0, v_{tx}(x,t) \equiv 0.$$

Откуда, следует тождество

$v(x,t) = const = C_0$.

Пользуясь нелокальным условиям (17), имеем:

$$v(x,0) + \delta v(x,T) = C_0(1+\delta) = 0 .$$

Следовательно, $C_0 = 0$, ибо $\delta \ge 0$.Тем самым доказано, что

$v(x,t) \equiv 0$.

Таким образом, если существуют два решения $u_1(x,t)$ и $u_2(x,t)$ задачи (1)-(3),(5), то $u_1(x,t) \equiv u_2(x,t)$. Отсюда следует, что если решение задачи (1)-(3),(5) существует, то оно единственное. Теорема доказана.

С помощью леммы 1, из последней теоремы немедленно вытекает единственность исходной задачи (1)-(5).

Теорема 2. Пусть выполняются условия теоремы 1 и $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $0 \le \delta < 1$,

$$\varphi(x) \in C[0,1], \int_0^1 \varphi(x)dx = 0, \ \psi(x) \in C[0,1], \int_0^1 \psi(x)dx = 0,$$

$$f(x,t) \in C(D_T), \ \int_0^1 f(x,t)dx = 0 \ (0 \le t \le T).$$

Тогда задача (1)-(4) не может иметь более одного классического решения.

Разрешимость краевой задачи

Классическое решение задачи (1)-(3), (5) будем искать в виде

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t)\cos\lambda_k x, \tag{19}$$

где

$$u_k(t) = m_k \int_0^1 u(x,t)\cos\lambda_k x dx \ \ (k = 0,1,2,...),$$

причём

$$m_k = \begin{cases} 1, & k = 0, \\ 2, & k = 1,2,.... \end{cases}$$

Применяя формальный метод Фурье, из (1), (2) получаем:

$$u_0''(t) = f_0(t) \quad (0 \le t \le T), \tag{20}$$

$$u_k''(t) + \beta_k^2 u_k(t) = \frac{1}{1+\beta\lambda_k^2} f_k(t) \quad (0 \le t \le T, k = 1,2,...), \tag{21}$$

$$u_k(0) + \delta u_k(T) = \varphi_k, \ \ u_k'(0) = \psi_k \quad (k = 0,1,2,...), \tag{22}$$

где

$$\beta_k^2 = \frac{\lambda_k^2(1+\alpha\lambda_k^2)}{1+\beta\lambda_k^2}, \ f_k(t) = m_k \int_0^1 f(x,t)\cos\lambda_k x dx \ \ (k = 0,1,2,...),$$

$$\varphi_k = m_k \int_0^1 \varphi(x)\cos\lambda_k x dx, \ \psi_k = m_k \int_0^1 \psi(x)\cos\lambda_k x dx, \ \ (k = 0,1,2,...)$$

Решая задачу (13)-(16) находим:

$$u_0(t)=\frac{1}{1+\delta}\varphi_0+\frac{t-\delta(T-t)}{1+\delta}\psi_0-\frac{\delta}{1+\delta}\int_0^T(T-\tau)F_0(\tau;u,a)d\tau+\int_0^t(t-\tau)F_0(\tau;u,a)d\tau, \tag{23}$$

$$u_k(t)=\frac{\cos\beta_k t}{1+\delta\cos\beta_k T}\varphi_k+\frac{\sin\beta_k t-\delta\sin\beta_k(T-t)}{\beta_k(1+\delta\cos\beta_k T)}\psi_k-$$
$$-\frac{\delta\cos\beta_k t}{\beta_k(1+\delta\cos\beta_k T)(1+\beta\lambda_k^2)}\int_0^T F_k(\tau;u,a)\sin\beta_k(T-\tau)d\tau+$$
$$+\frac{1}{\beta_k(1+\beta\lambda_k^2)}\int_0^t F_k(\tau;u,a)\sin\beta_k(t-\tau)d\tau. \tag{24}$$

Теорема3. Пусть
1. $\alpha>0$, $\beta>0$, $0\le\delta<1$,
2. $\varphi(x)\in C^4[0,1],\varphi^{(5)}(x)\in L_2(0,1)$, $\varphi'(0)=\varphi'(1),=\varphi'''(0)=\varphi'''(1),=0.$
3. $\psi(x)\in C^3[0,1],\psi^{(4)}(x)\in L_2(0,1)$, $\psi'(0)=\psi'(1)=\psi'''(0)=\psi'''(1)=0.$
4. $f(x,t),f_x(x,t)\in C(D_T),f_{xx}(x,t)\in L_2(D_T)$, $f_x(0,t)=f_x(1,t)=0$ $(0\le t\le T)$.

Тогда функция

$$u(x,t)=\frac{1}{1+\delta}\varphi_0+\frac{t-\delta(T-t)}{1+\delta}\psi_0-\frac{\delta}{1+\delta}\int_0^T(T-\tau)F_0(\tau;u,a)d\tau+\int_0^t(t-\tau)F_0(\tau;u,a)d\tau+$$
$$+\sum_{k=1}^{\infty}\left\{\frac{\cos\beta_k t}{1+\delta\cos\beta_k T}\varphi_k+\frac{\sin\beta_k t-\delta\sin\beta_k(T-t)}{\beta_k(1+\delta\cos\beta_k T)}\psi_k-\right.$$
$$-\frac{\delta\cos\beta_k t}{\beta_k(1+\delta\cos\beta_k T)(1+\beta\lambda_k^2)}\int_0^T f_k(\tau)\sin\beta_k(T-\tau)d\tau+$$
$$\left.+\frac{1}{\beta_k(1+\beta\lambda_k^2)}\int_0^t f_k(\tau)\sin\beta_k(t-\tau)d\tau\right\}\sin\lambda_k x. \tag{25}$$

является решением задачи (1)-(3), (5).
Нетрудно видить, что

$$1+\beta\lambda_k^2>\beta\lambda_k^2,\quad \frac{1}{1+\beta\lambda_k^2}<\frac{1}{\beta\lambda_k^2},$$
$$\sqrt{\frac{\alpha}{1+\beta}}\lambda_k\le\beta_k\le\sqrt{\frac{1+\alpha}{\beta}}\lambda_k,\ \sqrt{\frac{\beta}{1+\alpha}}\frac{1}{\lambda_k}\le\frac{1}{\beta_k}\le\sqrt{\frac{1+\beta}{\alpha}}\frac{1}{\lambda_k},$$

Учитывая эти соотношение находим:

$$\|u_0(t)\|_{C[0,T]}\le\frac{1}{1+\delta}|\varphi_0|+T|\psi_0|+\left(\frac{1}{1+\delta}+1\right)T\sqrt{T}\left(\int_0^T|f_0(\tau)|^2d\tau\right)^{\frac12},$$

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^5\|\tilde{u}_{2k-1}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac12}\le\frac{2}{1-\delta}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^5|\varphi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac12}+\frac{2(1+\delta)}{1-\delta}\sqrt{\frac{1+\beta}{\alpha}}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^4|\psi_{2k-1}|)^2\right)+$$
$$+\frac{2}{\beta(1-\delta)}\sqrt{\frac{1+\beta}{\alpha}}\sqrt{T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|f_{2k-1}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac12}$$

или

$$\|u_0(t)\|_{C[0,T]}\le\|\varphi(x)\|_{L_2(0,1)}+T\|\psi(x)\|_{L_2(0,1)}+2T\sqrt{T}\|f(x,t)\|_{L_2(D_T)}, \tag{26}$$

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^5\|u_k(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}} \le \frac{2}{1-\delta}\left\|\varphi^{(5)}(x)\right\|_{L_2(0,1)} + \frac{2(1+\delta)}{1-\delta}\sqrt{\frac{1+\beta}{\alpha}}\left\|\psi^{(4)}(x)\right\|_{L_2(0,1)} +$$

$$+\frac{2}{\beta(1-\delta)}\sqrt{\frac{1+\beta}{\alpha}}\sqrt{T}\left\|f_{xx}(x,t)\right\|_{L_2(D_T)}, \qquad (27)$$

Очевидно, что

$$|u(x,t)| \le \|u_0(t)\|_{C[0,T]} + \left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_k^2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^5\|u_k(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (28)$$

$$|u_{xxxx}(x,t)| \le \left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_k^2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^5\|u_k(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (297)$$

Из (21) нетрудно видеть, что

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|u_k''(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}} \le \frac{\sqrt{2}(1+\alpha)}{\beta}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^5\|u_k(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\beta}\left\|\|f_x(x,t)\|_{C[0,T]}\right\|_{L_2(0,1)}. \quad (30)$$

Из (28)-(30), с учетом (26),(27), следует, что функции $u(x,t), u_t(x,t)$, $u_{tt}(x,t)$, $u_{xxxx}(x,t), u_{ttxx}(x,t)$ непрерывны в D_T. Непосредственной проверкой легко видеть, что функция $u(x,t)$ удовлетворяет уравнению (1) и условиям (2), (3) ,(5) в обычном смысле. Теорема доказана.

С помощью леммы 1 доказывается следующая

Теорема 4. Пусть выполняются все условия теоремы 3 и

$$\int_0^1 \varphi(x)dx = 0, \quad \int_0^1 \psi(x)dx = 0, \quad \int_0^1 f(x,t)dx = 0 \ (0 \le t \le T).$$

Тогда функция определения формулами (15) является классическим решением задачи (1)- (5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский, А.А. О некоторых проблемах теории дифференциальных уравнений // Диф. уравнения. – 1980. – Т. 16, № 11. – P. 1925–1935.
2. Cannon, J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy / // Quart. Appl. Math.. – 1963. – Vol. 5, № 21. – P. 155–160.
3. Ионкин, Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Диф. уравнения. – 1977. – Т. 13, № 2. – P. 294–304.
4. Нахушев, А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приближения к динамике померенной влаги и грунтовых вод .Диф. уравнения. – 1982. – Т. 18, № 1. – С. 72–81.
5. Benney D.J., Luke J.C. On the interactions of permanent waves of finite amplitude // Journal of Mathematical Physics. 1964. Vol. 43. P. 309–313.

https://doi.org/10.5281/zenodo.18956860
ӘОЖ 517.38

ИНТЕГРАЛ ҰҒЫМЫН ОҚЫТУДАҒЫ САБАҚТАСТЫҚТЫҢ ҚАЗІРГІ ЗАМАНҒЫ ТЕНДЕНЦИЯЛАРЫН АНЫҚТАУ

АМАНДОСОВ ЕРБОЛ АСҚАРҰЛЫ, ИМАНҒАЛИЕВ ДУМАН ГИМАЛАЙҰЛЫ, БЕРКІНҚЫЗЫ АҚТОРҒЫН
Халел Досмұхамедов атындағы Атырау университетінің «7М01503 – Математика. Білім беру үрдісін басқару» мамандығының магистранттары
Қазақстан Республикасы, Атырау қаласы

САЙДОЛҚЫЗЫ ЖҰМАГҮЛ
Магистр, аға оқытушы. Халел Досмұхамедов атындағы Атырау университеті
Қазақстан Республикасы, Атырау қаласы

КЕНЖЕГУЛОВ БЕКЕТ
Техника ғылымдарының докторы, профессор. Халел Досмұхамедов атындағы Атырау университеті
Қазақстан Республикасы, Атырау қаласы

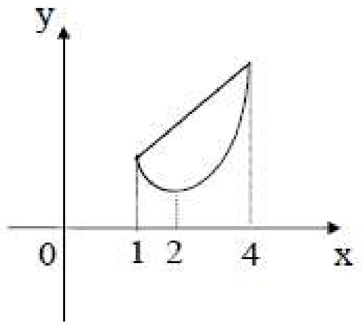
Аңдатпа: *Орта мектеп оқушылары үшін интеграл тақырыбын өткен кезде, функцияның туындысы деген ұғымды алдымен білім алушыларға қолданбалы есептер арқылы түсіндіріп, яғни ғылым мен техниканың түрлі салаларындағы мысал-есептерді келтірген дұрыс. Осы түсініктен кейін, берілген функцияның туындысына кері амал немесе жаңа операцияны интегралдау деп анықтамасын берген жөн. Бұл жерде мұғалім функцияның берілген туындысы бойынша оның алғашқы функциясы деп аталатын ұғымды түсіндіріп, ізделініп отырған функцияны тек интегралдау операциясының көмегімен шешілетіндігін түсіндіруі керек. Мақалада алғашқы функция, анықталмаған интеграл, анықталған интеграл және олардың табиғаттағы қолданбалы есептерді шешуге мүмкіндіктері бар екендігі көрсетіледі. Қазіргі оқу процесі аясында күрделі есептерді шешу мәселесіне терең талдау жасалып оның шығару жолдарын айтарлықтай жеңілдететін мысалдар келтірілді. Шыққан есептерге талдау жасалып, оқушылардың математикалық дағдыларын қалыптастырудағы және аналитикалық ойлауын дамытуға әсер ететін күрделі есептерді шығару жолдары ұсынылды. Білім алушыларға интеграл тақырыбы арқылы жаратылыстану бағытындағы, табиғаттағы құбылыстарды шешу жолы – интеграл ұғымын оқытудағы сабақтастықтың қазіргі заманғы тенденциялары екендігін түсіндіру ұсынылды [1-2].*

Кілт сөздер: *интеграл, алғашқы функция, туынды, қолданбалы есептер, ғылым, техника*

Кіріспе. Интеграл ұғымы – ғасырлар бойы ғылымның, техниканың және практикалық қосымшалардың дамуына елеулі үлес қосқан математиканың іргелі, әрі қызықты бөлімдерінің бірі. Кейде білім алушыларға интеграл ұғымы күрделі және түсініксіз болып көрінуі де мүмкін. Алайда, мақаланың мақсаты – күрделі материалды айқындықпен, қол жетімділікпен түсіндіру, яғни әр білім алушыға түсінікті ету.

Зерттеу нәтижесі. Мақалада интегралды қолдану арқылы жаратылыстану ғылымдарына қатысты және экономикалық есептер қарастырылып, шығару жолдары талданды.

Алгебра мен геометриядағы есептерді шешуде интегралдарды қолдану [3].



Есеп-1. Берілгені: Келесі қарастыратын есебіміз $y = x^2 - 4x + 5$ және $y = x + 1$ сызықтармен шектелген фигураның ауданын табу.

Шығарыруы: Анықталған интеграл арқылы есептеу үшін біз бірнеше маңызды қадамды орындауымыз керек. Алдымен қиылысу нүктелерін табу шарт, яғни интегралдау шектерін (төменгі a және жоғарғы b мәндерін) анықтау үшін екі функцияны бір-біріне теңестіреміз:

$$x^2 - 4x + 5 = x + 1$$

Теңдеуді нөлге келтіреміз:

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

Виет теоремасы немесе дискриминант арқылы түбірлерін табамыз:

$x_1 = 1; x_2 = 4$

Демек, біздің фигура x=1 және x=4 аралығында орналасқан. Қай сызықтың жоғарыда, қайсысының төменде орналасқанын анықтау маңызды. Ол үшін [1; 4] аралығынан кез келген нүктені (мысалы, x=2) алып, функцияларға қойып көреміз: Түзу үшін: y = 2 + 1 = 3, парабола үшін: $y = 2^2 - 4(2) + 5 = 4 - 8 + 5 = 1$. Бұл аралықта түзу y = x + 1 параболадан жоғары орналасқан.

Екі қисықпен шектелген фигураның ауданы жоғарғы функциядан төменгі функцияны азайтып, интегралдау арқылы табылады:

$$S = \int_a^b \left(f_1(x) - f_2(x)\right) dx$$

Біздің жағдайда:

$$S = \int_1^4 \left((x + 1) - (x^2 - 4x + 5)\right) dx$$

$$S = \int_1^4 (-x^2 + 5x - 4)\, dx$$

Енді ингралдың мәнін есептеу үшін алғашқы функцияны тауып, Ньютон-Лейбниц формуласын қолданамыз:

$$S = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 4x\right]_1^4$$

Жоғарғы шекті, x=4 қоямыз:

$$F(4) = -\frac{64}{3} + \frac{5 \cdot 16}{2} - 4 \cdot 4 = -\frac{64}{3} + 40 - 16 = -\frac{64}{3} + 24 = \frac{-64 + 72}{3} = \frac{8}{3}$$

Төменгі шекті, x=1 қоямыз:

$$F(1) = -\frac{1}{3} + \frac{5}{2} - 4 = \frac{-2 + 15 - 24}{6} = -\frac{11}{6}$$

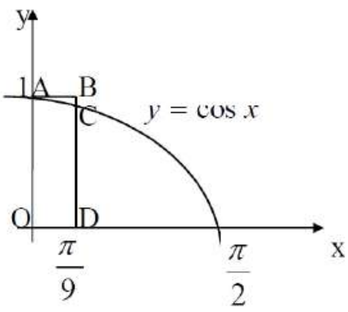
Айырмасын есептейміз:

$$S = \frac{8}{3} - \left(-\frac{11}{6}\right) = \frac{16}{6} + \frac{11}{6} = \frac{27}{6} = 4.5$$

Жауабы: Фигураның ауданы 4.5 квадрат бірлікке тең.

Есеп-2. Берілгені: $sin20° < \frac{7}{20}$ теңсіздігін дәлелдеу есебін қарастырайық.

Шығарылуы: Бұл теңсіздікті дәлелдеу үшін біз $y = cos\,x$ функциясының графигін және оның $\left[0, \frac{\pi}{9}\right]$ аралығындағы қисықтың ауданын қарастырамыз. Ньютон-Лейбниц формуласы бойынша кез келген a бұрышы үшін келесі теңдік орындалады:



$$\int_0^a \cos x\ dx = \sin x\Big|_0^a = \sin a - \sin 0 = \sin a$$

Біздің жағдайда $a = 20° = \frac{\pi}{9}$ радиан. Демек, $\sin 20°$ мәні — $y = \cos x$ функциясының 0 мен $\frac{\pi}{9}$ аралығындағы графигімен шектелген фигураның ауданына тең.

$y = \cos x$ функциясы $\left[0, \frac{\pi}{9}\right]$ аралығында келесі сипатқа ие: $x = 0$ болғанда, функция ең үлкен мәніне ие: $\cos(0) = 1$. Аралық өскен сайын (x > 0), функция мәні кеми бастайды ($\cos x < 1$).

Интегралдың монотондылық қасиеті бойынша, егер [a, b] аралығында f(x) < g(x) болса, онда олардың интегралдары да сәйкес теңсіздікті қанағаттандырады. Графиктен көріп тұрғанымыздай, $\left(0, \frac{\pi}{9}\right]$ аралығында әрқашан $\cos x < 1$ орындалады. Олай болса, осы функциялардың интегралдарын салыстырамыз:

$$\int_0^{\frac{\pi}{9}} \cos x\ dx < \int_0^{\frac{\pi}{9}} 1\ dx$$

Сол жақ бөлік бізге $\sin 20°$ береді(S_{OACD}), ал оң жақ бөлік қабырғалары 1 және $\frac{\pi}{9}$ болатын тіктөртбұрыштың (S_{OABD}) ауданын береді:

$$\sin 20° < x\Big|_0^{\frac{\pi}{9}}$$

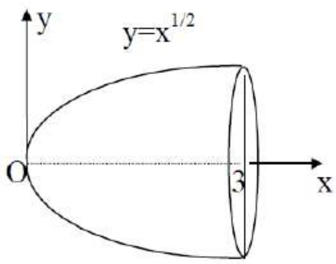
$$\sin 20° < \frac{\pi}{9}$$

Осылайша, интеграл астындағы ауданды (қисық трапеция) оны сырттай сызылған тіктөртбұрыш ауданымен салыстыру арқылы біз мына тізбекті аламыз:

$$\sin 20° < S_{OABD} = \frac{\pi}{9} < \frac{7}{20}$$

Дәлелдеу керегі осы еді.

Есеп-3. Берілгені: $y = \sqrt{x}$, y = 0 (Ox осі) және x = 3 сызықтармен шектелген фигураны айналдыру арқылы пайда болған дененің көлемін табу қажет. Шығарылуы: Бұл есепті шығару үшін біз анықталған интегралдың көмегімен айналу денесінің көлемін табу формуласын қолданамыз. Алдымен, берілген сызықтар қандай фигураны шектеп тұрғанын көру үшін кескінін саламыз.



$y = \sqrt{x}$ — бұл тармағы оң жаққа бағытталған параболаның жоғарғы бөлігі.

$y = 0$ — бұл Ox осі (төменгі шегі (шекара)).

$x = 3$ — бұл 3 нүктесі арқылы өтетін тік сызық (оң жақ шегі (шекара)).

Осы сызықтармен шектелген жазық фигура Ox осінің бойымен айналғанда, біз «кесе» тәрізді айналу денесін аламыз.

Айналу денесінің көлемін табу формуласын қарастырамыз. Егер қисық сызықты трапеция Ox осінен айналатын болса, оның көлемі келесі формуламен есептеледі:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Мұндағы:
$f(x) = \sqrt{x}$ — біздің функциямыз.
$a = 0$ — интегралдаудың төменгі шегі (кескін x=0 нүктесінен басталады).
b = 3 — интегралдаудың жоғарғы шегі (есеп шарты бойынша x=3).
Енді формулаға мәндерді қойып, интегралды есептейміз:
Функцияның квадратын табамыз:

$$[f(x)]^2 = \left(\sqrt{x}\right)^2 = x$$

Интегралды жазамыз:

$$V = \pi \int_0^3 x \ dx$$

Алғашқы функцияны табамыз: *x* функциясының алғашқы функциясы $\frac{x^2}{2}$ болады.

$$V = \pi \cdot \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^3$$

Ньютон-Лейбниц формуласы бойынша шектерді қоямыз:

$$V = \pi \cdot \left(\frac{3^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right)$$

$$V = \pi \cdot \left(\frac{9}{2} - 0\right)$$

$$V = 4{,}5\pi$$

Жауабы: Берілген сызықтармен шектелген фигура Ох осінен айналғанда пайда болатын дененің көлемі 4,5π (немесе шамамен 14,14) куб бірлікке тең.

Интеграл ұғымын табиғатпен байланысын сезіндіру үшін, білім алушыларға физика пәнінің есептерін шығарып, математика пәні мен физика пәнінің байланысын түсіндіру керек. Сондықтан мысал ретінде келесі физика есебін талдап көрейік [3].

Есеп-4. Берілгені: 20 метр биіктіктегі ғимаратттың үстінен жоғары тіке тас лақтырылған. Егер тас 1 секундтан кейін 30 метр биіктікте болған болса, тастың бастапқы жылдамдығы қандай.

Шығарылуы: Бұл есепті анықталған интеграл арқылы шығару — физика мен математиканың байланысын түсінудің тамаша тәсілі. Біз үдеуден жылдамдыққа, ал жылдамдықтан орын ауыстыруға (биіктікке) қарай «жоғары» бағытталғанын сезініп тұрмыз.

Есепті талдау үшін біріншіден физикалық модельді құру маңызды. Тас тік жоғары лақтырылғандықтан, оған тек ауырлық күші әсер етеді. Сондықтан тас тұрақты еркін түсу үдеуімен ($g \approx 9{,}8$ м/с^2) қозғалады. Қозғалыс бағыты жоғары болғандықтан, үдеудің таңбасы теріс болады: $a(t) = -g$.

Жылдамдық уақытқа тәуелді функция (v(t)).

Үдеу — жылдамдықтың уақыт бойынша туындысы. Демек, жылдамдықты табу үшін үдеуді интегралдаймыз:

$$v(t) = \int a(t) \ dt = \int -g \ dt = -gt + v_0$$

Мұндағы v_0 — біз іздеп отырған бастапқы жылдамдық. Биіктік функциясы анықталған интеграл арқылы табылады (h(t)).

Биіктіктің өзгеруі — жылдамдықтың уақыт бойынша интегралына тең. Біз тастың t=0 мезетінен t=1 секундқа дейінгі қозғалысын қарастырамыз.

Ньютон-Лейбниц формуласы бойынша биіктіктің өзгерісі:

$$h(1) - h(0) = \int_0^1 v(t)\ dt$$

Мұндағы:
$h(0) = 20$ м (ғимараттың биіктігі)
$h(1) = 30$ м (1 секундтан кейінгі биіктік)

$$v(t) = v_0 - gt$$

Енді интегралды есептейік:

$$30 - 20 = \int_0^1 (v_0 - gt)\ dt$$

Интегралды есептеп, бастапқы жылдамдық $\boldsymbol{v_0}$-ны табамыз.
Интегралдың ішіндегі функцияны жеке-жеке интегралдаймыз:

$$10 = \left[v_0 t - \frac{gt^2}{2}\right]_0^1$$

Шектік мәндер (1 мен 0-ді) қоямыз:

$$10 = \left(v_0 \cdot 1 - \frac{g \cdot 1^2}{2}\right) - \left(v_0 \cdot 0 - \frac{g \cdot 0^2}{2}\right)$$

$$10 = v_0 - \frac{g}{2}$$

Енді $g = 9{,}8$ м/с^2 мәнін қойып, бастапқы жылдамдықты есептейміз:

$$10 = v_0 - \frac{9{,}8}{2}$$

$$10 = v_0 - 4{,}9$$

$$v_0 = 10 + 4{,}9 = 14{,}9 \text{ м/с}$$

Жауабы: 14,9 м/с.

Интеграл ұғымын әртүрлі салада қолданып, қолданбалы есептер шығаруға болады. Оқушыларға экономикалық есептерді шығару арқылы математика пәнінің барлық ғылым саласында қолданылатынын келесі бір мысал арқылы түсіндіруге болады [3].

Есеп-5. Берілгені: Машина жасау зауыты жұмысшысының күндік еңбек өнімділігі (7 жұмыс сағаты ішінде) $y = -0{,}09t^2 2 + 0{,}28t + 10{,}06$ функциясымен сипатталады, мұндағы t – уақыт (сағатпен), ал y – өндірілген өнім саны.

Жұмысшы бір жылда (260 жұмыс күні) қанша өнім өндіреді?

Шығарылуы: Бұл есеп өндірістік процестерді математикалық модельдеудің тамаша мысалы. Жұмысшының еңбек өнімділігі уақыт өткен сайын өзгеріп отыратындықтан (шаршау немесе жұмысқа төселу әсерінен), біз жалпы өнім көлемін табу үшін анықталған интегралға жүгінеміз.

Егер $y(t)$ функциясы уақыт бірлігіндегі өнімділікті көрсетсе, онда 7 сағаттық жұмыс күніндегі жалпы өнім саны ($Q_{\text{күн}}$) осы функцияның 0-ден 7-ге дейінгі аралықтағы интегралына тең болады:

$$Q_{\text{күн}} = \int_0^7 (-0{,}09t^2 + 0{,}28t + 10{,}06)\ dt$$

Интегралдың негізгі қасиеттерін қолданып, әрбір мүшені жеке-жеке интегралдаймыз:

$$\int -0{,}09t^2\ dt = -0{,}09 \cdot \frac{t^3}{3} = -0{,}03t^3$$

$$\int 0{,}28t\ dt = 0{,}28 \cdot \frac{t^2}{2} = 0{,}14t^2$$

$$\int 10{,}06\ dt = 10{,}06t$$

Енді осы алғашқы функцияларды біріктіріп, Ньютон-Лейбниц формуласы бойынша 0 мен 7 шектерін қоямыз:

$$Q_{\text{күн}} = [-0{,}03t^3 + 0{,}14t^2 + 10{,}06t]_0^7$$

Алдымен жоғарғы шекті (t = 7), содан соң төменгі шекті (t = 0) қойып, айырмасын табамыз:

t = 7 болғанда:

$$-0{,}03(7^3) + 0{,}14(7^2) + 10{,}06(7)$$
$$-0{,}03(343) + 0{,}14(49) + 70{,}42$$
$$-10{,}29 + 6{,}86 + 70{,}42 = 66{,}99$$

t = 0 болғанда:

$$-0{,}03(0)^3 + 0{,}14(0)^2 + 10{,}06(0) = 0$$

Сонымен, жұмысшы бір күнде (7 сағатта) шамамен 66,99 (немесе жуықтап 67) өнім шығарады. Есеп шарты бойынша жұмысшы жылына 260 күн жұмыс істейді. Жалпы өнім көлемін ($Q_{\text{жыл}}$) табу үшін бір күндік нәтижені күндер санына көбейтеміз:

$$Q_{\text{жыл}} = 66{,}99 \times 260$$
$$Q_{\text{жыл}} = 17\,417{,}4$$

Жұмысшы өнімді бүтіндей шығарады десек, нәтижені жуықтаймыз. Интеграл арқылы жұмысшының 7 сағат ішіндегі динамикалық өнімділігін жинақтап, бір күндік өнімді таптық (66,99). Жылдық көрсеткіш $Q_{\text{жыл}} = 17\,417{,}4$.

Жауабы: Жұмысшы бір жылда орта есеппен 17 417 өнім өндіреді.

Қорытынды. Мақалада алгебра мен геометриядағы есептерді шешуде интегралдарды қолдану және интеграл ұғымын табиғатпен байланысын сезіндіру үшін, білім алушыларға физика пәнінің есептерін шығарып, математика пәні мен физика пәнінің байланысын түсіндіру, сондай-ақ интеграл ұғымын әртүрлі салада қолданып, қолданбалы есептер шығаруға болатындығын білім алушыларға экономикалық есептерді шығарып көз жеткізу арқылы интеграл ұғымын оқытудағы сабақтастықтың қазіргі заманғы тенденциялары анықталды.

ӘДЕБИЕТТЕР

1. Әбілқасымова А.Е., Корчевский В.Е., Жұмағұлова З.Ә. «Алгебра және анализ бастамалары»: жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 11 сыныбына арналған оқулық – Алматы: Мектеп, 2019 – 254б.
2. Кенжегулов Б., Сайдолқызы Ж., Аманғалиева Р.Қ., Якупова А.Б. «Тригонометриялық функциялар, теңдеулер, теңсіздіктер және олардың қолданылуы»: Оқу құралы. – Атырау: Х.Досмұхамедов атындағы Атырау университеті; 2024 – 258б.
3. Эрентраут Е.Н. «Прикладные задачи математического анализа для школьников»: Учебное пособие. - Челябинск: Изд-во ЧГПУ, 2004. – 119 с.

https://doi.org/10.5281/zenodo.18956996

КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ В ПОВСЕДНЕВНОЙ ЖИЗНИ: ОТ ТЕОРИИ К ПРАКТИКЕ

ХАСАНОВА БЕХРУЗА КЕНДЖАБОЕВИЧ
преподаватель кафедры математического анализа и дифференциалных уравнений БГУ имени Носира Хусрава.

В данной статье рассматривается актуальность изучения квадратных уравнений за пределами школьной программы. Автор демонстрирует, что математические формулы, часто воспринимаемые как абстрактные теоретические знания, являются фундаментальным инструментом в различных сферах человеческой деятельности.

В работе подробно анализируются примеры использования квадратичных зависимостей в таких областях, как:

- ***Физика:** расчёт траектории движения тел;*
- ***Строительство и инженерия:** проектирование мостов, арок и антенн;*
- ***Экономика:** оптимизация прибыли и ценообразования;*
- ***Спорт и сельское хозяйство:** планирование ресурсов и анализ движений.*

***Цель работы:** Показать связь между теоретической алгеброй и практикой, повысив мотивацию к изучению математики через понимание её полезности в реальном мире.*

***Целевая аудитория:** Учащиеся 8–11 классов, студенты технических и экономических специальностей, преподаватели математики, а также все, кто интересуется прикладной наукой.*

***Ключевые слова:** квадратное уравнение, парабола, математическое моделирование, прикладная математика, физика, экономика, оптимизация.*

QUADRATIC EQUATION IN EVERYDAY LIFE: FROM THEORY TO PRACTICE

HASANOV BEHRUZ KENJABOEVICH
teacher of the department of mathematical analysis and differential equations of BSU naved after Nasiri Khusrav.

This article examines the relevance of studying quadratic equations beyond the school curriculum. The author demonstrates that mathematical formulas, often perceived as abstract theoretical knowledge, are a fundamental tool in various spheres of human activity.

The paper analyzes in detail examples of the use of quadratic relationships in fields such as:

- ***Physics:** calculation of the trajectories of moving bodies;*
- ***Construction and Engineering:** design of bridges, arches, and antennas;*
- ***Economics:** profit optimization and pricing;*
- ***Sports and Agriculture:** resource planning and motion analysis.*

***Objective of the work:** To show the connection between theoretical algebra and practice, increasing motivation to study mathematics through understanding its usefulness in the real world.*

***Target Audience:** 8th–11th grade students, students of technical and economic majors, mathematics teachers, as well as anyone interested in applied science.*

***Keywords:** quadratic equation, parabola, mathematical modeling, applied mathematics, physics, economics, optimization.*

Многие ученики и студенты при изучении алгебры задаются вопросом: «Нужны ли нам квадратные уравнения в реальной жизни? Не просто ли это сухие цифры в учебнике?» Краткий ответ: Да, мы сталкиваемся с ними каждый день, даже если не осознаём этого.

Квадратное уравнение, общий вид которого $ax^2 + bx + c = 0$, — это не просто школьная тема. Это мощный инструмент, описывающий законы природы, экономики, строительства и технологий. В этой статье мы рассмотрим, как эти математические уравнения применяются в различных сферах человеческой жизни.

1. Физика и движение тел

Одна из самых известных областей применения квадратных уравнений физика. Каждый раз, когда вы бросаете что-либо в воздух будь то камень, футбольный мяч или струя воды из фонтана этот предмет движется по искривлённой траектории, которая в математике называется параболой.

Движение тела под действием силы тяжести описывается формулой:

$$h = vt - \frac{1}{2}gt^2$$

Здесь t (время) возводится во вторую степень. Это уравнение позволяет физикам и инженерам предсказывать:

* На какую высоту поднимется тело?
* Сколько времени оно пробудет в воздухе?
* Где именно оно упадёт на землю?

Без таких расчётов было бы невозможно выводить спутники на орбиту или даже рассчитывать тормозной путь автомобиля.

2. Строительство и инженерия

В строительной отрасли параболические формы очень распространены. Инженеры используют квадратные уравнения при проектировании висячих мостов, тоннелей и больших крыш.

Мосты: Арки мостов часто имеют форму параболы, так как эта форма лучше всего распределяет нагрузку и обеспечивает устойчивость конструкции.

Антенны: Спутниковые антенны и прожекторы имеют параболическую форму, чтобы фокусировать сигналы или свет в одной точке или равномерно их рассеивать. Расчёт этих кривых напрямую связан с решением квадратных уравнений.

3. Экономика и бизнес

Знаете ли вы, что предприниматели используют математику для максимизации прибыли? В экономике зависимость между ценой товара и объёмом продаж часто является не линейной, а квадратичной.

Если цена слишком высока, покупателей становится меньше. Если цена слишком низка, прибыль снижается. Чтобы найти «золотую точку» (оптимальную цену), при которой прибыль будет максимальной, экономисты применяют квадратные уравнения. Это помогает компаниям снижать расходы и увеличивать доходы.

4. Спорт

В современном спорте технологии и математика играют важную роль. Траектория полёта мяча в баскетболе, футболе или гольфе представляет собой параболическую линию.

***Тренировки спортсменов:** Спортсмены интуитивно учатся бросать мяч под нужным углом и с нужной силой, но тренеры и аналитики с помощью квадратных уравнений точно рассчитывают эти движения.

***Компьютерные игры:** Разработчики спортивных игр используют законы физики и квадратные уравнения в коде, чтобы движение мяча в игре выглядело реалистично.

5. Сельское хозяйство и землемерие

Фермеры и землемеры также нуждаются в этих знаниях. Например, представьте, что у вас есть определённое количество материала для забора, и вы хотите огородить им максимально возможный участок земли.

Чтобы найти длину и ширину, которые дадут максимальную площадь, необходимо составить и решить квадратное уравнение. Этот метод позволяет эффективно использовать ресурсы (например, проволоку для забора или системы орошения).

6. Технологии и программирование

В современном цифровом мире квадратные уравнения лежат в основе многих алгоритмов.

***Компьютерная графика:** При создании трёхмерных изображений (3D) и анимации.

***Анализ данных:** Для прогнозирования процессов и выявления закономерностей в больших массивах информации (Big Data).

Квадратное уравнение это не просто часть школьного курса математики, а язык природы. Где бы ни присутствовали ускорение, криволинейные формы или нелинейные зависимости, там применяется квадратное уравнение.

Изучение этой темы помогает нам лучше понимать окружающий мир, решать сложные задачи и принимать обоснованные решения. Поэтому, когда вы в следующий раз столкнётесь с уравнением $ax^2 + bx + c = 0$, вспомните, что это ключ к пониманию многих тайн современной жизни.

Пример 1. Физика: Полёт мяча

Ситуация: Мальчик бросил мяч вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с с высоты 1 метра над землей.

Задача: Через сколько секунд мяч упадет на землю?

Решение: Высота мяча над землей меняется по закону:

$$h(t) = -5t^2 + v_0 t + h_0$$

Где:

- $-5-$ упрощенный коэффициент гравитации $\left(\frac{g}{2}\right)$,
- $v_0 = 20$— начальная скорость,
- $h_0 = 1$ — начальная высота.

Подставляем значения: $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$

Когда мяч упадет на землю, высота станет равна $0\ (h = 0)$.

Получаем квадратное уравнение: $-5t^2 + 20t + 1 = 0$

Решая его (через дискриминант), мы найдем время t. Отрицательный корень отбрасываем (время не может быть отрицательным), а положительный покажет момент падения.

Вывод: Без квадратного уравнения мы не смогли бы точно узнать время полета.

Пример 2. Геометрия и строительство: Участок земли

Ситуация: Фермер хочет огородить прямоугольный участок для посадки овощей. У него есть 22 метра забора. Он хочет, чтобы площадь участка была ровно 28 квадратных метров.

Задача: Каковы должны быть длина и ширина участка?

Решение: Пусть одна сторона участка равна x метров. Так как периметр $P = 2(a + b) = 22$, то полупериметр $a + b = 11$.

Значит, вторая сторона равна $(11 - x)$ метров.

Площадь прямоугольника $S = a \cdot b$. По условию $S = 28$.

Составляем уравнение: $x(11 - x) = 28, 11x - x^2 = 28$

Приводим к стандартному виду: $x^2 - 11x + 28 = 0$

Решаем уравнение: Корни: $x_1 = 4, x_2 = 7$.

Вывод: Стороны участка должны быть 4 метра и 7 метров. Это показывает, как математика помогает эффективно использовать материалы (забор).

Пример 3. Экономика: Точка безубыточности

Ситуация: Фирма производит сувениры. Прибыль фирмы (P) зависит от количества проданных товаров (x) и описывается формулой:

$$P(x) = -2x^2 + 100x - 800$$

Задача: Какое минимальное количество товаров нужно продать, чтобы фирма работала без убытка (прибыль ≥ 0)?

Решение: Нам нужно найти, когда прибыль равна нулю (точка безубыточности): $-2x^2 + 100x - 800 = 0$

Делим всё на −2 для упрощения: $x^2 - 50x + 400 = 0$

Находим корни уравнения: $x_1 = 10, x_2 = 40$.

Вывод:

- Если продать меньше 10 штук — будет убыток.
- Если продать от 10 до 40 штук — будет прибыль.
- Если продать больше 40 штук — снова убыток (например, из-за перепроизводства и хранения). Квадратное уравнение помогло определить безопасный диапазон производства.

Пример 4. Транспорт: Скорость и время

Ситуация: Автобус должен проехать 120 км. Если он увеличит скорость на 20 км/ч, то потратит на путь на 1 час меньше.

Задача: Какова была первоначальная скорость автобуса?

Решение: Пусть первоначальная скорость x км/ч.

Время в пути: $\frac{120}{x}$ часов.

Новая скорость: $(x + 20)$ км/ч.

Новое время: $\frac{120}{x+20}$ часов.

Разница во времени составляет 1 час: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1$

Приводим к общему знаменателю и упрощаем:

$$120(x + 20) - 120x = x(x + 20)$$
$$120x + 2400 - 120x = x^2 + 20x$$
$$2400 = x^2 + 20x$$
$$x^2 + 20x - 2400 = 0$$

Решая уравнение, получаем $x = 40$ (второй корень отрицательный).

Вывод: Первоначальная скорость автобуса была 40 км/ч. Это типичная задача для логистики и планирования маршрутов.

Эти примеры наглядно показывают, что квадратное уравнение — это не просто символы на бумаге, а инструмент для решения практических задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Алимов Ш.А., Колягин Ю.М.** *Алгебра: учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений*. — Москва: «Просвещение», 2014. — 271 с.
2. **Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г.** *Алгебра: учебник для 7–9 классов*. — Москва: «Просвещение», 2015. — 320 с.
3. **Мордкович А.Г.** *Алгебра — 8: в двух частях. Часть 1: Учебник*. — Москва: «Мнемозина», 2016. — 215 с.
4. **Перышкин А.В., Гутник Е.М.** *Физика. 9 класс: учебник*. — Москва: «Дрофа», 2014. — 320 с.
5. **Глейзер Г.И.** *История математики в школе*. — Москва: «Просвещение», 1982. — 240 с.
6. **Депман И.Я.** *Мир чисел: Рассказы о математике*. — Москва: «Детская литература», 1981. — 288 с.
7. **Нагибин Ф.Ф.** *Математическая шкатулка*. — Москва: «Просвещение», 1984. — 160 с.
8. **Перельман Я.И.** *Занимательная алгебра*. — Москва: «Наука», 1976. — 256 с.
9. **Виленкин Н.Я.** *За страницами учебника математики*. — Москва: «Просвещение», 1989. — 192 с.
10. **Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.** *Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов*. — Москва: «Наука», 2009. — 608 с.
11. **Берман Г.Н.** *Прикладная математика: сборник задач*. — Москва: «Физматлит», 2007. — 352 с.
12. **Выгодский М.Я.** *Справочник по элементарной математике*. — Москва: «АСТ», 2015. — 480 с.
13. **Кремер Н.Ш.** *Математика для экономистов: учебное пособие*. — Москва: «Юрайт», 2018. — 420 с.

https://doi.org/10.5281/zenodo.18957051
УДК 373.3

РАЗНОУРОВНЕВЫЕ ЗАДАНИЯ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ 4 КЛАССА

МУСИНА ТОГЖАН САТТИБЕКОВНА
КГУ «Средняя школа имени Бактыбая Жолбарысулы с ДМЦ»
ГУ «Отдел образования по Ескельдинскому району
Управления образования области Жетысу»
с.Бактыбай, Казахстан

Аннотация: *В статье представлены теоретический анализ понятия функциональной математической грамотности, раскрыты особенности её формирования в начальной школе, а также описаны подходы к дифференциации обучения на уроках математики. Актуальность темы обусловлена необходимостью формирования у младших школьников умений применять математические знания в повседневных жизненных ситуациях, анализировать информацию, принимать обоснованные решения и выполнять практико-ориентированные задания.*

Ключевые слова: *Функциональная грамотность, «Числа и вычисления», «Величины и измерения», «Текстовые задачи», «Геометрия и работа с данными», критериальное оценивание.*

Современная система образования Республики Казахстан, ориентированная на ценности и цели устойчивого развития, предъявляет новые требования к результатам обучения. В центре внимания находится формирование функциональной грамотности школьников - способности применять полученные знания для решения широкого круга жизненных задач. В частности, функциональная математическая грамотность перестает быть лишь умением производить вычисления и становится ключевой компетенцией, необходимой для анализа информации, принятия обоснованных решений и адаптации в быстро меняющемся мире. Однако традиционный подход к преподаванию математики, зачастую ограниченный рамками учебника и абстрактными задачами, не в полной мере отвечает этому запросу.

Проблема исследования заключается в существующем противоречии между требованием формировать у учащихся функциональную математическую грамотность и недостаточной разработанностью практических, системных инструментов для учителя, которые бы позволили эффективно интегрировать этот подход в ежедневный учебный процесс с учетом национального контекста.

Функциональная математическая грамотность (ФМГ) - это способность человека определять и понимать роль математики в окружающем мире, высказывать обоснованные математические суждения и использовать математические знания и умения для удовлетворения своих потребностей (определение, адаптированное из международных исследований PISA).

Применительно к младшему школьнику (4 класс) ФМГ проявляется в умении:

- Распознавать математические проблемы в контексте реальных ситуаций (школа, дом, магазин, город).

- Формулировать эти проблемы на языке математики: переводить жизненный сюжет в условие задачи, выделять числовые данные, определять неизвестное.

- Применять математические концепции, факты и процедуры для решения этих проблем (выполнять арифметические действия, работать с величинами, читать диаграммы).

- Интерпретировать, оценивать и проверять полученный результат на соответствие реальной ситуации (Например, может ли сдача быть больше, чем внесенная сумма?

Разноуровневые задания — это не просто задачи разной сложности, а дидактический инструмент, который позволяет учителю управлять познавательной деятельностью каждого ученика, исходя из его актуальных возможностей и образовательных потребностей.

Их роль заключается в следующем:

- Обеспечение доступности: Предоставление каждому ребенку «точки входа» в тему и возможности работать в зоне своего ближайшего развития.

- Создание ситуации успеха: Выполнение посильного задания формирует положительную учебную мотивацию и уверенность в своих силах.

- Реализация индивидуального подхода: Позволяет учителю адресно работать с разными группами учащихся (испытывающими трудности, успешно осваивающими программу, проявляющими повышенный интерес).

- Поэтапное формирование умений: Задания базового уровня закрепляют алгоритм, среднего-учат применять его в измененной ситуации, а продвинутого - развивают творческое, исследовательское мышление.

Связь с жизнью - не просто дидактический прием, а методологическая основа формирования ФМГ. Знания, добытые самостоятельно в процессе решения значимой для ученика проблемы, становятся прочными и осознанными.

Эффективное включение жизненных ситуаций предполагает:

Использование реального, а не условного контекста: Цены в тенге, расстояния между городами Казахстана, расписание школьных мероприятий, рецепты национальных блюд, данные о погоде в регионе.

- Моделирование ситуаций выбора и принятия решений: «Какой вариант покупки выгоднее?», «Хватит ли времени на дорогу?», «Как оптимально распределить бюджет?».

- Работу с подлинными или стилизованными под реальные артефактами: Чеки, расписания, прайс-листы, карты, простые графики и диаграммы из СМИ.

- Проектирование деятельности, а не просто вычисление: Задание «Спланируй праздничный стол на Наурыз» включает в себя больше математических действий и мыслительных операций, чем задача «Сложи 5 и 3».

- В данном контексте эта связь приобретает особую воспитательную и культурологическую ценность, способствуя не только формированию математической грамотности, но и укреплению гражданской и культурной идентичности учащихся.

В чём же заключаются проблемы при формировании функциональной грамотности на уроках математики?

Во-первых, обучающиеся испытывают затруднения, связанные с продуктивным чтением. Они не могут выделить существенную информацию, вопрос и данные, важные для решения задачи. Дети прекрасно справляются с базовыми задачами в одно-несколько действий со стандартными формулировками, неплохо справляются с заданиями, где нужно вычленить информацию из таблицы, короткого текста и ответить на вопрос, но если информация представлена в косвенном виде или вопрос не слишком стандартный, учащиеся теряются и лишь малый процент обучающихся справляются с этими заданиями. Невнимательность к прочтению условия сохраняется и при решении задач в старших классах школы, непривычность и необычность формулировок пугает обучающихся.

Вторая и основная проблема при формировании математической функциональной грамотности: как сформулировать (переформулировать) задачу, чтобы найти тот математический аппарат, с помощью которого уже можно решить привычную математическую задачу? Оценить математические связи между событиями. Это и есть основная проблема для школьника. Кроме того, важна интерпретация результата, полученного математическими вычислениями, обратный перевод с математического языка на язык решаемой проблемной задачи.

К сожалению, в учебниках математики задач практического содержания очень мало, а ведь практические задачи более сложные и трудоемкие. Обучающиеся с интересом относятся к таким задачам, но иногда их пугают сложные вычисления. Задания такого типа помогают ответить на вопрос: «Где в жизни вам пригодятся математические знания и умения?»

Таким образом, обучение с использованием практико–ориентированных задач приводит к более прочному усвоению информации, так как возникают ассоциации с конкретными действиями и событиями. Особенность этих заданий (необычная формулировка, связь с жизнью, межпредметные связи) вызывают повышенный интерес учащихся, способствуют развитию любознательности, творческой активности.

СОДЕРЖАНИЕ
CONTENT

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

ENDLESS LIGHT IN SCIENCE

Контакт

irc-els@mail.ru

Наш сайт

irc-els.com